**1**

実数$a, b, c$にたいして，以下の不等式が成り立つことを示せ。

(1)　$2(a^4+b^4) \geqq (a+b)(a^3+b^3)$

(2)　$3(a^4+b^4+c^4) \geqq (a+b+c)(a^3+b^3+c^3)$

**2**

実数を成分とする行列$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} x & z \\ y & w \end{pmatrix}$は$AB=BA$，$xy \neq 0$をみたしている。

このとき，以下の問いに答えよ（ただし，$E$は単位行列）。

(1)　$B=aA+bE$と表されることを示せ（ただし，$a, b$は実数）。

(2)　$B$の逆行列$B^{-1}$が存在するとき，$B^{-1}=cA+dE$と表されることを示せ（ただし，$c, d$は実数）。

(3)　$B=B^{-1}$をみたす$B$をすべて求めよ。

**3**

座標空間の半球面：$z=\sqrt{1-(x^2+y^2)}$上に点$\mathrm{A}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$をとる。

以下の問いに答えよ。

(1)　この半球面と平面$y=\frac{1}{2}$が交わってできる曲線の方程式を求めよ。

また，この曲線の点Aにおける平面$y=\frac{1}{2}$上の接線を$l_1$とする。

$l_1$上の任意の点$\left(x_1, \frac{1}{2}, z_1\right)$にたいして，$x_1, z_1$がみたす関係式を求めよ。

(2)　この半球面と平面$x=\frac{1}{\sqrt{2}}$が交わってできる曲線の方程式を求めよ。

また，この曲線の点Aにおける平面$x=\frac{1}{\sqrt{2}}$上の接線を$l_2$とする。

$l_2$上の任意の点$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, y_2, z_2\right)$にたいして，$y_2, z_2$がみたす関係式を求めよ。

(3)　点Aを通る2つの直線$l_1, l_2$を含む平面上の任意の点$(x, y, z)$にたいして，$x, y, z$がみたす関係式を求めよ。

$\boxed{4}$

座標平面において,

曲線： $y=\dfrac{x^2}{1+x^2}\left(0\leq x\leq\sqrt{3}\right)$ と

線分： $y=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x\left(0\leq x\leq\sqrt{3}\right)$ によって囲まれる部分の面積を求めよ。